



THE
ABEL
PRIZE
2018

挪威科学与文学院决定将 2018 年的阿贝尔奖授予

Robert P. Langlands

(来自美国普林斯顿高等研究院)

表彰其提出的关联表示论和数论的前瞻性纲领。

Langlands 纲领预言了自守形式与伽罗瓦群之间紧密而繁复的联系。

类域论堪称二十世纪前三十年代数数论取得的伟大成就。这项理论是对高斯二次互反律进行的大幅度推广。它提供了一系列强大工具，用于研究关于交换伽罗瓦群的诸多问题。非交换伽罗瓦群的相关理论被证实要深刻得多。1967 年，在写给 Andre Weil 的一封著名书信中，Langlands 提出了一项影响深远的纲领，彻底改变了人们对于这个问题的理解。

Langlands 关于联系伽罗瓦群表示与自守形式的认识涉及了一项出人意料的奠基性观点，这种观点现在被称为“Langlands 函子性”。Langlands 函子性的首要观点是通过 L 函数联系约化群的自守表示与对偶群的伽罗瓦表示。

Jacquet 和 Langlands 运用 Selberg 的迹公式首先证明了 $GL(2)$ 的函子性。Langlands 关于 $GL(2)$ 基变换的工作证明了更多情形的函子性，为 Wiles 证明 Shimura-Taniyama-Weil 猜测的重要特例起到了作用。

$GL(2)$ 是最简单的非交换约化群。为了进一步研究一般的非交换约化群，Langlands 认为需要建立一种稳定性迹公式，此公式现已被 Arthur 建立。此稳定性迹公式和 Ngo 证明的“基本引理”（由 Langlands 提出猜想），导致了对典型群自守表示从一般线性群角度的内部分类。

函子性大幅统一了包括椭圆曲线模性和 Sato-Tate 猜想证明在内的大量重要研究结果。另外，函子性还进一步促进了很多尚未解决的猜想的发展，如 Ramanujan-Petersen 和 Selberg 猜想，以及关于 Zeta 函数的 Hasse-Weil 猜想。

尽管目前仍未突破数域上约化群函子性的难题，但经过包括菲尔兹奖得主 Drinfeld、Lafforgue 和 Ngo 在内的多名专家的共同努力，这项工作已经取得了重大进展，这一切都离不开 Langlands 纲领的启发和指导。Langlands 纲领还在新的方向上不断发展，如局部域和函数域上的 Langlands 猜想和几何 Langlands 纲领。Langlands 的观点和理论提升了自守表示论的地位，使其在其他数学领域发挥具足轻重的作用，远远超出了包括 Weyl 和 Harish-Chandra 在内的先驱们的想象。

