THE ABEL PRIZE 2018

Die Norwegische Akademie der Wissenschaften verleiht den Abel-Preis 2018 an

Robert P. Langlands

Institute for Advanced Study, Princeton, USA,

“für sein visionäres Programm, das die Darstellungstheorie mit der Zahlentheorie verbindet.”

Das Langlands-Programm sagt die Existenz eines engen Netzes von Verbindungen zwischen automorphen Formen und Galoisgruppen voraus.

Die große Errungenschaft der algebraischen Zahlentheorie im ersten Drittel des 20. Jahrhunderts war die Klassenkörpertheorie. Sie bedeutete eine umfassende Verallgemeinerung des Gaußschen Gesetzes der quadratischen Reziprozität und stellt eine Reihe leistungsstarker Werkzeuge zur Untersuchung von Problemen bereit, die von abelschen Galois-Gruppen gesteuert werden. Der nicht-abelsche Fall erweist sich als wesentlich komplexer. In dem berühmten Brief an André Weil von 1967 skizzierte Langland ein tief greifendes Programm, das das Verständnis dieses Problems revolutionierte.

Langlands’ Erkenntnis, dass man Darstellungen von Galoisgruppen mit automorphen Formen in Beziehung setzen sollte, beinhaltet eine unerwartete und fundamentale Einsicht, die jetzt als Langlands-Funktorialität bezeichnet wird. Der Schlüsselsatz der Langlands-Funktorialität ist, dass automorphe Darstellungen einer reduktiven Gruppe über L-Funktionen mit Galoisdarstellungen in einer dualen Gruppe in Beziehung gebracht werden sollten.

Jacquet und Langlands konnten anhand der Selberg-Trace-Formel einen ersten Fall von Funktorialität für GL (2) feststellen. Langlands Arbeit über Basiswechsel für GL (2) wies weitere Fälle von Funktorialität nach, die eine Rolle in Wiles’ Beweis wichtiger Fälle der Shimura-Taniyama-Weil-Vermutung spielten.

Die Gruppe GL (2) ist das einfachste Beispiel einer nicht-abelschen reduktiven Gruppe. Für eine Verallgemeinerung bedurfte es, wie Langlands erkannte, einer stabilen Spurformel, die dann von Arthur entwickelt wurde. Zusammen mit Ngôs Beweis des Fundamentallemmas im Langlands-Programm konnten automorphe Darstellungen von klassischen Gruppen endoskopisch klassifiziert werden, und zwar im Sinne allgemeiner linearer Gruppen.

Funktorialität vereint auf einschneidende Weise eine Reihe wichtiger Ergebnisse einschließlich der Modularität elliptischer Kurven und des Beweises der Sato-Tate-Vermutung. Sie bestärkt auch viele herausragende Mutmaßungen, zum Beispiel die Ramanujan-Peterson- und Selberg-Vermutungen und die Hasse-Weil-Vermutung für Zetafunktionen.

Die Funktorialität für reduktive Gruppen von Zahlenkörpern bleibt außer Reichweite, doch die Arbeiten vieler Mathematiker wie der Fields-Medaillengewinner Drinfeld, Lafforgue und Ngô, für die das Langlands-Programm ein Wegweiser war, haben große Fortschritte gebracht. Neue Facetten der Theorie wurden entwickelt, so die Langlands-Vermutungen über lokale Körper und Klassenkörper und das geometrische Langlands-Programm. Langlands Ideen haben automorphischen Darstellungen auch in anderen Bereichen der Mathematik einen profunden Platz weit über die kühnsten Träume früher Pioniere wie Weyl und Harish-Chandra hinaus verschafft.