

Die Norwegische Akademie der Wissenschaften hat beschlossen, den Abel-Preis für das Jahr 2006 an Lennart Carleson, Kungliga Tekniska Högskolan, Stockholm (Schweden), zu verleihen, und zwar

für seine tief gehenden, zukunftsweisenden Beiträge zur harmonischen Analysis und zur Theorie kontinuierlicher dynamischer Systeme.

Im Jahr 1807 machte der vielseitige Mathematiker, Ingenieur und Ägyptologe Jean Baptiste Joseph Fourier eine revolutionäre Entdeckung: Viele Phänomene – von den typischen Profilen der Wärmeausbreitung in Metallkörpern bis zu den Schwingungen der Saiten einer Geige – können als Summe einfacher Wellenbewegungen, so genannter Sinus- und Kosinus-Schwingungen, angesehen werden. Solche Summierungen werden als Fourier-Reihen bezeichnet. Die harmonische Analysis ist der Teil der Mathematik, der diese Reihen und ähnliche Objekte untersucht.

Noch mehr als 150 Jahre später war für Fouriers Entdeckung keine adäquate Formel gefunden worden. Ebenso wenig war der Beweis für die Richtigkeit seiner These erbracht worden, dass jede Funktion der Summe ihrer Fourier-Reihen entspricht. Aus der Sicht der Gegenwart sollte man diese ungenaue Behauptung so präzisieren, dass sie für jede „graphisch darstellbare“ Funktion gilt, oder noch genauer für jede kontinuierliche Funktion. Trotz der Beiträge mehrerer Mathematiker blieb das Problem ungelöst.

1913 stellte der russische Mathematiker Lusin hierfür eine Formel auf, die als Lusin'sche Annahme bekannt ist. Durch ein berühmtes negatives Ergebnis von Kolmogorow (1926) und das Fehlen sonstiger Erkenntnisfortschritte gelangten die Experten zu der Überzeugung, dass es nur eine Frage der Zeit wäre, bis eine kontinuierliche Funktion gefunden wurde, für welche die Summe ihrer Fourier-Reihen nicht an jeder Stelle den Funktionswert ergab. 1966 gelang Carleson der Beweis der Lusin'schen Annahme, und damit machte er zur Überraschung der mathematischen Fachwelt dem jahrzehntelangen Stillstand ein Ende. Carleson wies nach, dass jede quadratisch integrierbare Funktion, und somit insbesondere jede kontinuierliche Funktion, „fast an jeder Stelle“ der Summe ihrer Fourier-Reihen entspricht.

Der Beweis dieser Erkenntnis ist so schwierig, dass er mehr als dreißig Jahre lang einen ziemlich einsamen Platz in der übrigen harmonischen Analysis einnahm. Erst in den vergangenen zehn Jahren entwickelte sich das Verständnis der allgemeinen Theorie der Operatoren, in die dieses Theorem sich einfügt, und die Mathematiker begannen, Carlesons weit reichende Erkenntnisse in ihren eigenen Arbeiten anzuwenden.

Von Carleson stammen auch zahlreiche andere wesentliche Beiträge zur harmonischen und komplexen Analysis, zu quasikonformen Abbildungen und zu dynamischen Systemen. Eine besondere Stellung nimmt dabei seine Lösung des berühmten Korona-Problems ein, bei dem es um sichtbare Strukturen „in der Umgebung“ einer „verdunkelten“ Scheibe geht. Der Begriff ist eine poetische Analogie zur Korona der Sonne bei einer Sonnenfinsternis. Bei der Beschäftigung mit diesem Problem führte der diesjährige Abel-Preisträger die so genannten Carleson-Maße ein, die zu einem grundlegenden Werkzeug der komplexen und der harmonischen Analysis geworden sind.

Doch der Einfluss von Carlesons bahnbrechenden Arbeiten im Bereich der komplexen und harmonischen Analysis geht noch weiter. Zum Beispiel wurde das Carleson-Sjölin-Theorem über Fourier-Multiplikatoren zu einem unerlässlichen Werkzeug für die Untersuchung des „Kakeya-Problems“, dem Prototyp des „Nadelproblems“: Wie kann man eine Nadel in der Ebene so um 180 Grad drehen, dass die dabei überstrichene Fläche so klein wie möglich ist? Obwohl das Kakeya-Problem ursprünglich ein Spielzeug war, enthält die allgemeine Beschreibung des überstrichenen Volumens wichtige und tief greifende Anhaltspunkte für die Struktur des euklidischen Raums.

Dynamische Systeme sind mathematische Modelle für die Beschreibung des zeitlichen Verhaltens großer Klassen von Erscheinungen, wie sie in der Meteorologie, auf Finanzmärkten und bei vielen biologischen Systemen zu beobachten sind – von den Schwankungen der Fischbestände bis zur Epidemiologie. Auch die einfachsten dynamischen Systeme können mathematisch erstaunlich komplex sein. Zusammen mit Benedicks untersuchte Carleson die Hénon-Abbildung, ein 1976 von dem Astronomen Michel Hénon erstmals vorgestelltes dynamisches System. Hier geht es um die Komplexität von Wetterentwicklung und Turbulenz. Man ging allgemein davon aus, dass dieses einfache System einen so genannten seltsamen Attraktor habe, der sich mit Hilfe der Computergraphik wunderschön detailliert zeichnen lässt, aber mathematisch mehr oder weniger ein Geheimnis blieb. In einer großen Kraftanstrengung lieferten Benedicks und Carleson 1991 als Erste den Beweis für die Existenz dieses seltsamen Attraktors; damit stand der Weg offen für eine systematische Untersuchung derartiger dynamischer Systeme.

Carlesons Arbeiten haben unsere Auffassung der Analysis grundlegend verändert. Er hat nicht nur Beweise für außerordentlich schwierige Theoreme erbracht, sondern dabei auch Methoden eingeführt, die sich als ebenso wichtig erwiesen wie die Theoreme selbst. Seine einzigartige Arbeitsweise ist gekennzeichnet von geometrischer Einsicht und einer erstaunlichen Fähigkeit, die komplexen Verzweigungen der Beweisführung im Griff zu behalten.

Carleson ist allen anderen stets weit voraus. Er konzentriert sich nur auf die schwierigsten und am tiefsten gehenden Probleme. Wenn er sie gelöst hat, lässt er andere das von ihm entdeckte neue Land betreten und macht sich selbst in noch weniger zugängliche, noch abgelegene Gegenden der Wissenschaft auf.

Lennart Carlesons Denken und Handeln haben nicht nur die Mathematik als Wissenschaft beeinflusst.

Er hat sich auch um die Popularisierung der Mathematik in Schweden verdient gemacht. So schrieb er das viel gelesene Buch „Matematik för vår tid“ („Mathematik für unsere Zeit“), und der Schulunterricht in diesem Fach liegt ihm sehr am Herzen.

Carleson hat bisher 26 Doktoranden betreut, von denen viele jetzt als Professoren an schwedischen und anderen Universitäten tätig sind. Von 1968 bis 1984 war er Direktor des Mittag-Leffler-Instituts in der Nähe von Stockholm und baute diese Einrichtung so aus, wie es dem Gründer Mittag-Leffler vorgeschwebt hatte. Heute ist das Institut ein international führendes mathematisches Forschungszentrum. Carleson legte dabei auch besonderen Wert auf die Förderung junger Mathematiker, und diese Tradition wird von seinen Nachfolgern weitergeführt.

Von 1978 bis 1982 war Carleson Präsident der Internationalen Mathematischen Union (IMU) und setzte sich intensiv für die Aufnahme von Mitgliedern aus der Volksrepublik China ein. Er konnte die IMU davon überzeugen, dass die Beiträge der Informatik zur Entwicklung der Mathematik nicht außer Acht gelassen werden durften, und trug zur Einrichtung des Nevanlinna-Preises bei, mit dem junge Informatiker ausgezeichnet werden. Als Präsident des Wissenschaftlichen Komitees des Vierten Europäischen Kongresses für Mathematik (2004) regte er naturwissenschaftliche Vorträge an, bei denen bekannte Wissenschaftler sich mit zentralen Fragen der Mathematik im Verhältnis zu Naturwissenschaft und Technik befassen.

Lennart Carleson ist ein hervorragender Wissenschaftler mit einem umfassenden, zukunftsweisenden Verständnis der Mathematik und der Rolle dieses Fachgebiets in der Welt.